



INSTITUCIÓN EDUCATIVA FÉLIX DE BEDOUT MORENO
"Educamos en el ser y el conocer con respeto y compromiso"
GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA PARA LA BASICA PRIMARIA, BASICA
SECUNDARIA Y LA MEDIA

Código:	
Vigencia:	20/04/2020
Versión:	1

Nombre completo del estudiante		Grupo	11°
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA: ¿Cómo hacer para que lo que estás estudiando cobre sentido en nuestra vida en estos momentos?			
ÁMBITOS CONCEPTUALES	DÍA	ÁREA	
Límites indeterminados (4 casos). Rectas secantes y pendiente de una recta y recta tangente.	7 DE SEP	MATEMÁTICAS	
EXPLORACIÓN Actividades previas			
 Actividad 1. 1. Teniendo en cuenta tu proyecto de vida, ¿cómo la realidad en la que vives hace que tu vida cobre sentido? 2. Realiza una reflexión de lo que para ti significa la imagen. 3. Menciona 4 situaciones importantes donde se evidencie lo que estás haciendo para mejorar tu realidad.			
ESTRUCTURACIÓN Actividades de construcción conceptual			
MOMENTO PARA APRENDER:			
Indeterminaciones en el cálculo de límites de funciones.			
Una indeterminación o indeterminada es una operación cuyo resultado no está definido. Es habitual obtener este tipo de expresiones al intentar resolver límites, ya sean en un punto o en el infinito. La obtención de una indeterminación no significa que el límite no exista, sino que habrá que buscar otro camino para obtener su resultado. En este apartado vamos a enseñarte las formas habituales en que puedes enfrentarte a los distintos tipos de indeterminaciones.			
Tipos de indeterminación			
Las principales indeterminaciones que te encontrarás resolviendo límites son las siguientes: $k/0$, $0/0$, ∞/∞, $\infty-\infty$, $\infty\cdot 0$, 1^∞, 0^∞, ∞^0 y 0^0. A continuación, tienes el cuadro resumen con las técnicas habituales a aplicar en cada caso			
1. Resolución de $K/0$			
Para resolver una indeterminación del tipo $k/0$ calculamos los límites laterales. Estos serán ∞ o $-\infty$ según la relación entre k y 0. Por otro lado, este tipo de indeterminación marca la existencia de una asíntota vertical.			
Ejemplo			



INSTITUCIÓN EDUCATIVA FÉLIX DE BEDOUT MORENO
"Educamos en el ser y el conocer con respeto y compromiso"
GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA PARA LA BASICA PRIMARIA, BASICA
SECUNDARIA Y LA MEDIA

Código:	
Vigencia:	20/04/2020
Versión:	1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \left[\frac{1}{0} \right] \text{IND}$$

Aplicamos límites laterales:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{0^+} \stackrel{[0^+ \dots 0.00001]}{=} \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{0^-} \stackrel{[0^- \dots -0.00001]}{=} -\infty \end{aligned}$$

como los límites laterales son distintos, estrictamente hablando no existe el límite de la función cuando x tiende a 0:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

2. Resolución de 0/0

Para resolver la indeterminación de tipo 0/0:

- Si estamos ante un cociente de polinomios, factorizamos y simplificamos el factor común de numerador y denominador y resolvemos el nuevo límite
- Si estamos ante un cociente con raíces, ya sea en el numerador, en el denominador, o en ambos, multiplicamos numerador y denominador por el/los conjugados y resolvemos. Es muy importante que recuerdes que "suma por diferencia es igual a diferencia de cuadrados"

Ejemplo

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \left[\frac{0}{0} \right] \text{IND}$$

Como se trata de dos polinomios, podemos factorizarlos para simplificar el factor común. Un posible método para hacerlo es percatarte que en el numerador tienes una diferencia de cuadrados: $x^2 - 4 = x^2 - 2^2$, y recordar que suma por diferencia es igual, precisamente, a diferencia de cuadrados, con lo que:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2) \cdot \cancel{(x - 2)}}{\cancel{x - 2}} = 4$$

3. Resolución de ∞/∞

Ya sabemos que no todas las funciones que se acercan al infinito (o al menos infinito) lo hacen a igual velocidad. Dicho de otra manera, no todos los infinitos tienen igual grado. Es precisamente por eso que:

Para resolver una indeterminación del tipo ∞/∞ comparamos los grados de los infinitos del numerador y del denominador:



INSTITUCIÓN EDUCATIVA FÉLIX DE BEDOUT MORENO
“Educamos en el ser y el conocer con respeto y compromiso”
GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA PARA LA BASICA PRIMARIA, BASICA SECUNDARIA Y LA MEDIA

Código:	
Vigencia:	20/04/2020
Versión:	1

- Si el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, el límite es infinito o menos infinito, según la relación de signos entre los términos de mayor grado del numerador y del denominador.
- Si el grado del denominador es mayor que el grado del denominador, el límite es cero.
- Si el grado del numerador es igual al grado del denominador, el resultado es un valor finito que depende de los términos de mayor grado del numerador y del denominador.

Cuando en el numerador y en el denominador hay dos polinomios dividiremos ambos por x elevado a la potencia mayor del polinomio de menor grado. Así, observa:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{3x^2 + x - 5} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \text{ IND}$$

Por comparación de infinitos, el resultado debería ser infinito (el polinomio del numerador es de grado 3 y el del denominador de grado 2). Veamos qué ocurre si dividimos numerador y denominador entre x elevado a la mayor potencia del polinomio de menor grado (esto es, entre x^2):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{3x^2 + x - 5} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^3 + 2x}{x^2}}{\frac{3x^2 + x - 5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^3}{x^2} + \frac{2x}{x^2}}{\frac{3x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} - \frac{5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \frac{2}{x}}{3 + \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2}} = \\ &= \frac{\infty + \frac{2}{\infty}}{3 + \frac{1}{\infty} - \frac{5}{\infty^2}} = \infty \end{aligned}$$

4. Resolución de $\infty - \infty$

Por la misma razón que no podemos decir que ∞/∞ sea 1, tampoco podemos decir que $\infty - \infty$ sea 0: Cada función que da origen a dicho infinito puede acercarse a él a distinta velocidad (es decir, cada infinito puede tener un grado distinto). Podemos decir que:

Para resolver una indeterminación del tipo $\infty - \infty$ podemos proceder de las siguientes formas:

- Por comparación de infinitos, cuando podemos apreciar a simple vista el grado de los infinitos
- Operando la diferencia que origina la indeterminación y calculando después el límite que quede
- Cuando hay raíces se debe multiplicar y dividir por el conjugado para hacer desaparecer la raíz que dificulta el cálculo del límite

Ejemplo



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+2} - x = [\infty - \infty] \text{ IND} \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x \cdot (x+2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x+2} = \left[\frac{-\infty}{\infty} \right] \text{ IND}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x+2} \text{ grado num.} = \text{grado den.} = 2$$

Geoestadística

1. Rectas secantes

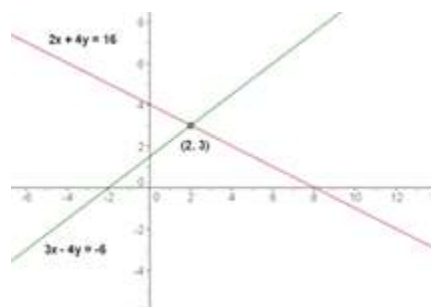
Dos rectas en el plano son secantes si se cortan en un solo punto.

Dos rectas son secantes si los coeficientes de x e y respectivos no son proporcionales.

$$\frac{A_1}{B_1} \neq \frac{A_2}{B_2}$$

Dos rectas son secantes si tienen distinta pendiente.

$$m \neq m'$$



1.1. Ángulo entre dos rectas secantes

Dos rectas secantes forman ángulos al intersecarse. En la Figura 5.30 se representan las rectas secantes l_1 y l_2 con ángulos de inclinación θ_1 y θ_2 , respectivamente. Si β es el ángulo que forman las dos rectas, entonces $\beta = \theta_2 - \theta_1$. Además, como $\tan \theta_1 = m_1$ y $\tan \theta_2 = m_2$, se cumple que:

$$\tan \beta = \tan (\theta_2 - \theta_1) = \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}{1 + \tan \theta_2 \cdot \tan \theta_1} = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}$$

Por lo tanto, el ángulo β formado por las rectas l_1 y l_2 cuyas pendientes son m_2 y m_1 , respectivamente, corresponde a:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1} \right)$$

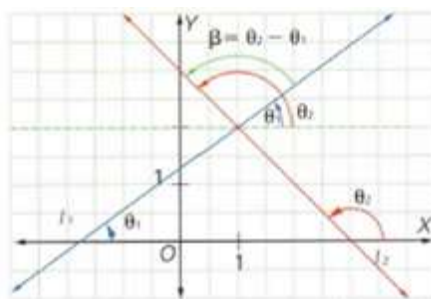


Figura 5.30

1.2. Rectas perpendiculares



Dos rectas secantes l_1 y l_2 son **perpendiculares** si el producto de sus pendientes m_1 y m_2 , respectivamente, es -1 . Es decir, si $m_1 \cdot m_2 = -1$.

Inclinación y pendiente

al representar una recta en el plano cartesiano se pueden dar varios casos.

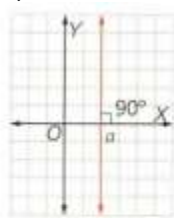


Figura 5.3
La recta es paralela al eje Y, su ecuación es $x = a$ y su inclinación es de 90° .

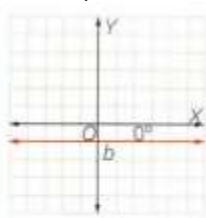


Figura 5.4
La recta es paralela al eje X, su ecuación es $y = b$ y su inclinación es de 0° .

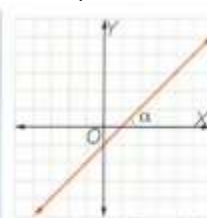


Figura 5.5
La recta corta a los dos ejes y su inclinación es de $\alpha < 90^\circ$.

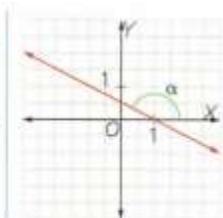


Figura 5.6
La recta corta a los dos ejes y su inclinación es de $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

La Pendiente de una recta indica la variación entre los incrementos en el eje Y respecto de los incrementos en el eje X. si se toman dos puntos

(x_1, y_1) y (x_2, y_2) pertenecientes a una recta, la pendiente (m) es la razón de cambio entre el desplazamiento vertical respecto del desplazamiento horizontal y está dada por:

$$\text{pendiente} = \frac{\text{desplazamiento vertical}}{\text{desplazamiento horizontal}}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Además, para cualquier par de puntos se forma un triángulo rectángulo, donde la razón entre los catetos está relacionada con el **ángulo de inclinación** de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{cateto opuesto a } \beta}{\text{cateto adyacente a } \beta} = \tan \beta$$

Es decir que $m = \tan \beta$; por lo tanto, para hallar el ángulo se tiene que $\beta = \tan^{-1}m$.

TRANSFERENCIA

Actividades de aplicación

MOMENTO PARA PRACTICAR

Actividad 2

- Identifica a cuál indeterminación corresponde y luego resuelve

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{(x-3)^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-2x+1}$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA FÉLIX DE BEDOUT MORENO
“Educamos en el ser y el conocer con respeto y compromiso”
GUÍA DE APRENDIZAJE EN CASA PARA LA BÁSICA PRIMARIA, BÁSICA SECUNDARIA Y LA MEDIA

Código:	
Vigencia:	20/04/2020
Versión:	1

2. Identifica a cuál indeterminación corresponde y luego resuelve

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 3x + 2}{2x^2 - 4x + 8}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x(x - 2)} - \frac{1}{x - 2}$

Geoestadística

- Consulta sobre la recta tangente y la pendiente de una recta tangente.
- Compruebas que las rectas son secantes
 - R: $x + y - 2 = 0$ y la recta S: $x - 2y + 4 = 0$
 - O: $4x - y + 5 = 0$ y la recta P: $6x - 2y - 1 = 0$
- Determina las pendientes de las rectas que pasan por cada par de puntos

- a. A(0, -2) y B(-3, -2) b. A(1, 4) y B(-2, 1)
c. A(1, -2) y B(-2, 3) d. A(0, 6) y B(0, 0)

EVIDENCIA EVALUATIVA

FECHA DE REVISIÓN: 21 DE SEPTIEMBRE

MEDIO POR EL CUAL SE RECIBE EL TRABAJO

Plataforma de Edmodo
Correo electrónico: angela@iefelixdebedoutmoreno.edu.co
HORARIO DE ATENCIÓN: 2:00 A 4:00 PM

QUE RECIBIR

Documento de Word que contiene las fotos de las actividades desarrolladas en el cuaderno.
Recuerda presentar de manera organizada todo el trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

<https://www.fisicalab.com/apartado/indeterminaciones#tipos>
<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/indeterminacion-infinito-partido-infinito-2.html>
<https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/geometria/rectas-secantes.html>

Matemáticas 10 Vamos a aprender

Matemáticas 11 Vamos a aprender