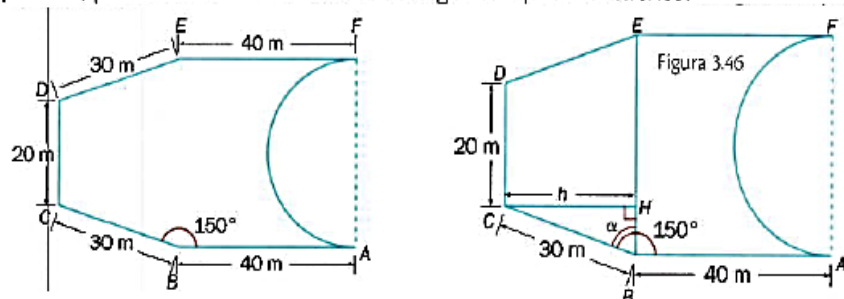


## Longitudes y áreas de figuras planas

En la Figura 3.46 se observa que el plano del teatro tiene una forma irregular; por eso, para hallar su área se realiza el siguiente procedimiento:



- Se traza una altura  $h$  del trapecio isósceles  $BCDE$  desde el vértice  $C$ . Entonces,  $\triangle BHC$  es un triángulo rectángulo y  $\alpha = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$ .

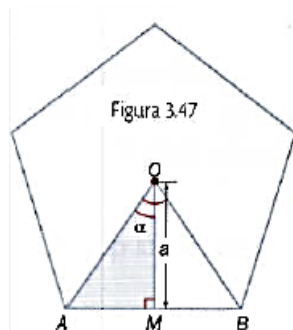
$$\sin 60^\circ = \frac{h}{30} \Rightarrow h = 25,98 \text{ m y } \cos 60^\circ = \frac{BH}{30} \Rightarrow BH = 15 \text{ m}$$

Como  $BC = DE$ , se tiene que  $\overline{BE}$  mide  $15 + 20 + 15 = 50 \text{ m}$ .

$$\text{Por lo tanto, } A_{\text{Trapezio}} = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{50+20}{2} \cdot 25,98 = 909,3 \text{ m}^2.$$

- El área del rectángulo  $ABEF$  es  $40 \cdot 50 = 2000 \text{ m}^2$ .  
Por ser  $AF = BE$ , el radio de la circunferencia que pasa por  $A$  y por  $F$  mide  $25 \text{ m}$ .  
Así,  $A_{\text{Círculo}} = \pi r^2 = \pi \cdot 25^2 = 1963,5 \text{ m}^2$ .
- Entonces, el área ocupada por la zona de sillería es:

$$A = 909,3 + 2000 - \frac{1963,5}{2} = 1927,55 \text{ m}^2$$



Las razones trigonométricas proporcionan herramientas para el cálculo de longitudes y áreas de algunas figuras planas.

### Ejemplo

Se quiere calcular el área del pentágono regular de lado  $8 \text{ cm}$  que se muestra en la Figura 3.47.

Para hallar la medida de la apotema, se une el centro con dos vértices consecutivos. Los radios  $\overline{OA}$  y  $\overline{OB}$  determinan el ángulo central  $O$ . Luego:  $m\angle O = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ . La apotema divide el  $\angle AOB$  en dos ángulos congruentes y al  $\overline{AB}$  en dos segmentos congruentes. Así,  $\alpha = 36^\circ$  y  $\overline{AM} = 4 \text{ cm}$ .

Por ser  $\triangle AMO$  un triángulo rectángulo, se tiene que:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{AM}}{a} \Rightarrow a = \frac{\overline{AM}}{\tan \alpha} \Rightarrow a = \frac{4}{\tan 36^\circ} = 5,51 \text{ cm}$$

$$\text{Por lo tanto, el área del pentágono es: } A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{40 \cdot 5,51}{2} = 110,2 \text{ cm}^2$$

- 1 Calcula el área y el perímetro de los polígonos que se presentan a continuación.

a.



Figura 3.49

b.

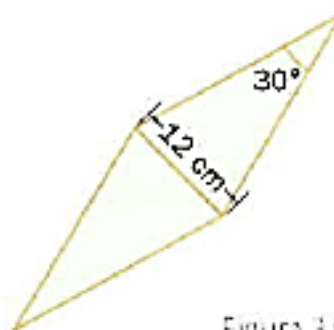


Figura 3.50

- 2 Calcula la longitud de los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita en un octágono regular cuyo lado mide 12 m.
- 3 Halla el área de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 10 cm de radio.
- 4 Calcula el área de un triángulo rectángulo, si las proyecciones de sus catetos sobre la hipotenusa miden 14,4 cm y 25,6 cm, respectivamente.