	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: GUÍA DE TRABAJO PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES EN LA PRESENCIALIDAD – JORNADA SABATINA		Versión 01	Página 1 de 5

INSTITUCIÓN EDUCATIVA HÉCTOR ABAD GÓMEZ			
DOCENTES: JUAN CARLOS MÁRQUEZ		NÚCLEO DE FORMACIÓN: LÓGICO-MATEMÁTICO	
CLEI: 6	GRUPOS: 602	PERIODO: 1	SEMANA: 21
NÚMERO DE SESIONES: 1		FECHA DE INICIO 20 DE JUNIO	FECHA DE FINALIZACIÓN: 26 DE JUNIO

PROPÓSITO

Al terminar el trabajo con esta guía los estudiantes del CLEI VI de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez estarán en capacidad de comprender que los límites se utilizan para determinar la continuidad o discontinuidad, son valores a los cuales se acerca una función dependiendo del valor al que se aproxime la independiente (x).

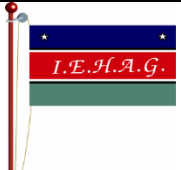
ACTIVIDAD 1 (INDAGACIÓN)

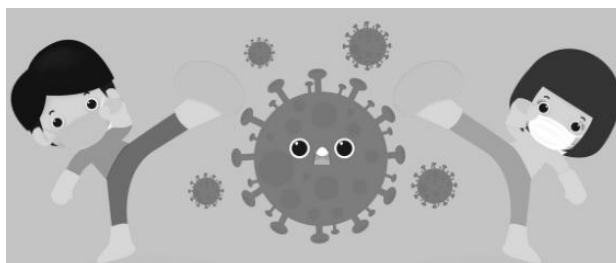
Lo que vamos a aprender, para qué nos sirve?

Hay muchas aplicaciones de los límites, sin embargo, podemos mencionar que estudiar el concepto de límite y su uso nos va a servir para conocer el crecimiento de bacterias.

Los microorganismos son seres vivos, en su gran mayoría unicelulares, cuya reproducción depende de las condiciones en las que habitan. Entre los microorganismos cuya reproducción es importante controlar están las bacterias. Así, el control adecuado del crecimiento de un cultivo de bacterias permite obtener alimentos de calidad y conocer la situación de una epidemia en una población.

Normalmente, el crecimiento de un cultivo de bacterias se puede determinar mediante la aplicación de funciones lineales, cuadráticas, logarítmicas o exponenciales (algunas de estas, estudiadas en semanas anteriores). Sin embargo, en algunas situaciones se utilizan funciones por partes, a las que se les analiza su continuidad para establecer si hay cambios considerables en el patrón de crecimiento del cultivo de bacterias (como un virus).

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: GUÍA DE TRABAJO PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES EN LA PRESENCIALIDAD – JORNADA SABATINA		Versión 01	Página 2 de 5



ACTIVIDAD 2 (CONCEPTUALIZACIÓN)

LÍMITES

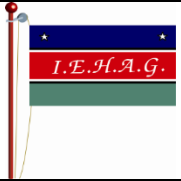
Un **límite** es una aproximación, una tendencia, es un punto al que puede llegar un valor. También, podemos decir que un **límite** es un topo, algo que no puedes sobrepasar. Los límites son valores a los cuales se acerca una función $f(x)$ dependiendo del valor al cual se aproxime x . Se definen o se simbolizan formalmente así:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Pero, ¿Qué significa esa simbología?, cuando n está muy próximo a (a) , entonces se aproxima a L .

Algunos límites son laterales, de funciones racionales, de funciones indeterminadas, de funciones radicales y de funciones trigonométricas.

Laterales: los acercamientos de x a a son por la izquierda o por la derecha	Por la izquierda $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$
	Por la derecha $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$
De funciones radicales	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)}$
De funciones indeterminadas	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \pm \infty$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: GUÍA DE TRABAJO PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES EN LA PRESENCIALIDAD – JORNADA SABATINA		Versión 01	Página 3 de 5

	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \pm \infty$
	$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$ Tiene variaciones en los resultados, si la función que está en el numerados es mayor o menor que la función que está en el denominador.
De funciones radicales	$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)}$
De funciones trigonométricas	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$

Ejemplos:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

a) Al sustituir el valor de x por 1 (sustituimos por 1, porque la x tiende a 1, obtenemos:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} &= \\ \frac{(1)(1) - 1}{2} &= \\ \frac{1 - 1}{2} &= \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

b) También, se puede resolver el ejercicio haciendo uso de los productos notables, así:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} &= \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)} &= \end{aligned}$$

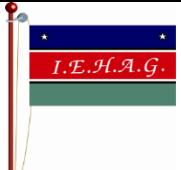
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)},$$

se simplifica $(x + 1)$ que está en el numerador y denominador

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} x - 1, \text{ al quedar } x'1, \text{ se sustituye la } x \text{ por } 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} 1 - 1 = 0, \text{ de igual forma el resultado es cero.} \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

a) Al sustituir la x por -3 , queda:

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ	
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código
Nombre del Documento: GUÍA DE TRABAJO PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES EN LA PRESENCIALIDAD – JORNADA SABATINA		Versión 01
		Página 4 de 5

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-3^2 - 9}{-3 + 3} = \frac{(-3)(-3) - 9}{0} = \frac{0}{0}$$

Sin embargo, podemos resolver el límite usando productos notables, así:

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} &= \\ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x - 3)}{(x + 3)} &= \\ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\cancel{(x + 3)}(x - 3)}{\cancel{(x + 3)}} &= \\ \lim_{x \rightarrow -3} (x - 3) &= \\ -3 - 3 &= -6 \end{aligned}$$

Es el momento de recordar algunos productos notables que son útiles para resolver límites:

Producto notable		Expresión algebraica	Nombre
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	Binomio al cuadrado
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Binomio al cubo
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$	Diferencia de cuadrados
$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + b^2 + ab)$	Diferencia de cubos
$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$	Suma de cubos
$a^4 - b^4$	=	$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$	Diferencia cuarta
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	Trinomio al cuadrado

ACTIVIDAD 3 (APLICACIÓN Y EVALUACIÓN)

Teniendo en cuenta lo anterior, resuelve cada límite aplicando los productos notables si es el caso:

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: GUÍA DE TRABAJO PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES EN LA PRESENCIALIDAD – JORNADA SABATINA		Versión 01	Página 5 de 5

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 5x + 4)$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x + 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - x - 10}$

5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - x - 10}$

FUENTES DE CONSULTA:

- YouTube. (2019) LIMITES Y FUNCIONES . Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=nTaiyaoyJhw>
- EJERCICIOS ICFES 2023 RESUELTOS - SABER 11 - PARTE 2 – matemáticas. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=B_KSCCsGFyQ